ES1

Une distribution électrostatique, de symétrie sphérique autour de O, est connue par son potentiel $V(r)=q\exp(-r/a)/(4\pi\varepsilon_o r)$ avec $a>0$.

1)Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}$ en tout point de l'espace.

2)Déterminer le flux $\Phi(r)$ de $\vec{E}$ au travers d'une sphère de rayon r centrée sur O.

3)En déduire que la distribution est neutre et qu'en O existe une charge ponctuelle dont on donnera la valeur.

4)Déterminer la densité volumique de charge $\rho(r)$:

- à l'aide de $\Phi(r)$
- En utilisant $\mathrm{div}(a(r)\vec{e}_r)=1/r^2 d/dr(r^2a(r))$

5)A quel objet physique simple vous fait penser cette distribution ?

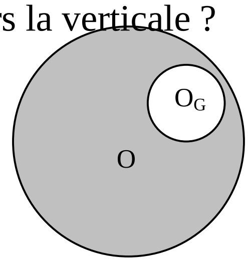
ES2

La terre est modélisée par une boule de rayon R, de centre O et de masse volumique uniforme.

Soit g_o l'intensité du champ de pesanteur à la surface terrestre.

1)Déterminer le champ de pesanteur terrestre dans tout l'espace.

2)Quel serait le champ de pesanteur à l'intérieur d'une grotte sphérique de rayon a et de centre O_G? Le fil a plomb y indiquerait il toujours la verticale ?



ES3

Un condensateur cylindrique est constitué de deux armatures coaxiales d'axe Oz, de rayon a et b et de longueur l avec l>>b>>a .

L'anode (rayon a) porte une charge $Q_o>0$ correspondant à un potentiel V_o .

La cathode (rayon b) est maintenue au potentiel 0 et porte la charge $-Q_o$.

Le condensateur est rempli d'un gaz de permittivité ε_o.

1)En appliquant le théorème de Gauss et en négligeant les effets de bord (les densité de charge sur les armatures sont supposées uniformes), déterminer le champ électrique $\vec{E}(r)$ à l' intérieur du condensateur.

2)En déduire la capacité C_o.

EM11

Champ propre d'un faisceau de particules.

On considère un faisceau de particules de charge q , se déplaçant selon Oz à la vitesse V constante et uniforme.

Le faisceau est cylindrique de rayon a et considéré comme illimité et transporte l'intensité I.

1)Déterminer la densité volumique de charges.

2)Déterminer le champ électromagnétique du faisceau. Montrer que $\mathbf{B}=\mathbf{V}/c^2 \times \mathbf{E}$.

3)Déterminer la force qui s'exerce sur une particule du faisceau et en tirer une conséquence.

ES4

1)On considère un dipôle constitué de deux charges ponctuelles (-q,q) distantes de a (fig1). Donner l'expression du potentiel électrostatique à grande distance.

2)En déduire le potentiel à grande distance de la distribution de la fig 2

Les quatre charges q sont aux sommets d'un carré de côté 2a et la charge -4q au milieu d'un des côtés.

3)Donner le potentiel électrostatique à grande distance de la distribution (-q,2q,-q) représentée sur la figure 3, les charges -q sont distantes de 2a et +2q est au milieu.

On pose OM=r $\theta=(z,\overrightarrow{OM})$

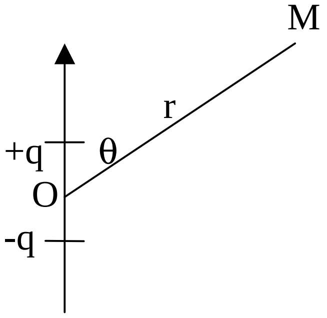


fig1

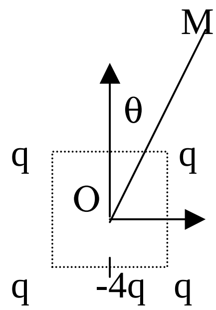


fig2

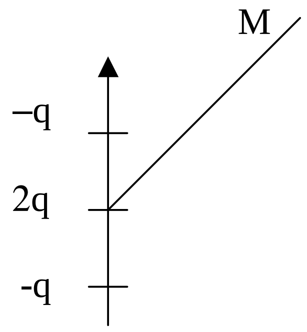


fig3

ES5

Dans l'état fondamental de l'atome d'hydrogène la fonction d'onde électronique s'écrit $\phi(r) = \exp(-r/a_o)/(\pi a_o^3)^{1/2}$, où a_o est le rayon de Bohr.
L'atome est représenté par un noyau ponctuel de charge e et un nuage électronique de densité volumique de charge $\rho(r)$.
1)Montrer que $\rho(r) = -e \exp(-2r/a_o)/(\pi a_o^3)$ et calculer la charge électronique q(r) dans une boule de rayon r.
2)Déterminer le champ électrostatique E(r) à une distance r du noyau.
Déterminer sa valeur numérique pour $r=a_o$.
3)Soit $E_o(r)$ le champ électrostatique du noyau seul, tracer $E(r)/E_o(r)$ pour r variant de 0 à $10a_o$. A partir de quelle valeur r_c de r $E(r)/Eo(r)<1\%$?
On donne $eo=1/36\pi\ 10^{-9}$ SI, $a_o = 0.53\ 10^{-10}$ m ;

$$\int_o^r x^2\exp(-ax)dx = 1/a^3\,(2-(2 + 2ar + a^2r^2)\exp(-ar))$$

ES6

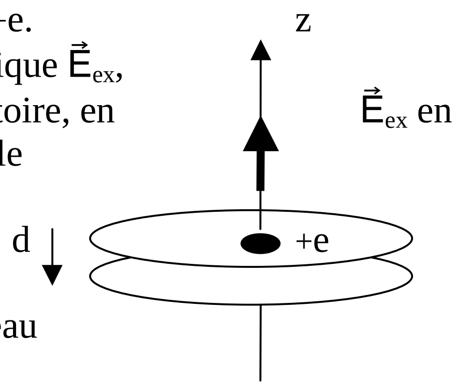
Le vent entretient un champ électrostatique $\vec{E}$ dans les basses couches de l'atmosphère en transférant des charges positives de la surface terrestre vers une couche nommée électrosphère (plus basse que l'ionosphère) délimitée par les rayons r=b et r=c.
Dans un modèle simple on considère qu'une charge Q>0 est répartie uniformément dans l' électrosphère et que la terre, de rayon a, est chargée uniformément en surface.

1)Déterminer $\vec{E}$ dans tout l'espace.
2) Déterminer le potentiel électrostatique au centre de la terre, sur sa surface et au bas de l'électrosphère.
3)On mesure au niveau du sol un champ électrostatique vertical, dirigé vers le bas de module E=100 V/m. Déterminer Q et le potentiel sur la surface terrestre.

AN: a=6370 km; b=6395 km; c=6400 km.

ES7

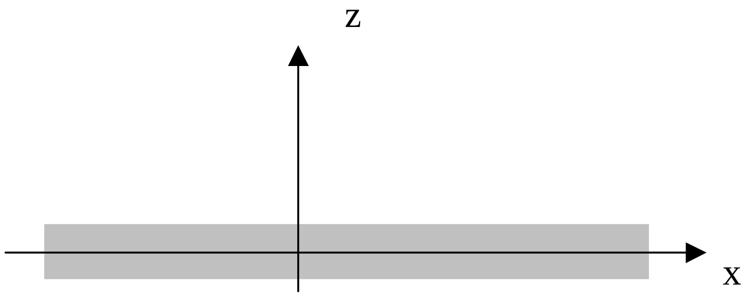
Dans le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène, l'électron a une trajectoire circulaire de rayon a_o autour du noyau de charge +e.
On peut modéliser l'action d'un champ électrostatique $\vec{E}_{ex}$, appliqué perpendiculairement au plan de la trajectoire, en considérant que l'orbite reste circulaire mais qu'elle est translatée d'une distance $d<<a_o$.



1)On décrit le nuage électronique comme un anneau portant la densité linéique de charge λ.
a)Déterminer λ.
b)Déterminer le champ électrostatique créé par cette distribution sur le noyau.
c)En déduire d et le moment dipolaire induit par $\vec{E}_{ex}$.
2)Retrouver l'expression de d en étudiant le mouvement de l'électron.

ES8

On considère la distribution électrostatique de charges suivante où ρ est la densité volumique de charges :
telle que pour $z \in [-\,e/2\ ,\ e/2\ ]$ $\rho=\rho_o$ uniforme et $\rho=0$ sinon



1)Déterminer le champ électrostatique, $\vec{E}$, créé en tout point de l'espace :
a)En utilisant le théorème de Gauss.
b)en utilisant l'équation locale de Gauss.
2)Comment évolue, $\vec{E}$, lorsque e rend vers 0 et ρ vers l'infini avec
$\lim_{e \to 0} (\rho e)=\sigma$

ES8 (PC)

1)a) Quel est le potentiel électrostatique, V_{ex}, associé à un champ uniforme $\vec{E}_{ex}= E_o\vec{e}_z$, on prendra ce potentiel nul en O.

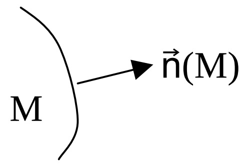
b)Donner l'expression du potentiel créé par un dipôle de moment dipolaire $\vec{p}=p\vec{e}_z$ situé en O en un point M distant de r.

2)Un conducteur métallique en équilibre électrostatique est tel que le champ électrostatique en tout point du conducteur est nul.

a)Montrer que le conducteur est alors un volume équipotentiel.

b)Montrer qu'il ne peut y avoir de charge volumique dans le conducteur.

c)Montrer que le champ à l'extérieur du conducteur au voisinage de sa surface $\vec{E}(M)=\sigma(M)\,\vec{n}(M)\,/\varepsilon_o$ où $\sigma(M)$ est la densité superficielle de charge en M et $\vec{n}(M)$ la normale à la surface du conducteur en ce point.



3)Une boule métallique, de centre O et de rayon a, est placée dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E}_{ex}=E_o\vec{e}_z$, en étant maintenue au potentiel 0.

On cherche à déterminer la répartition de charge surfacique σ sur la boule.

a)Donner l'allure de la répartition de charge à la surface de la boule.

b)A quelle équation obéit le potentiel électrostatique dans la région r>a? Quelles sont les conditions aux limites?

c)Montrer que si on superpose à $\vec{E}_{ex}$ le champ $\vec{E}$dip, crée par un dipôle, placé en O, de moment bien choisi l'état électrostatique pour les points r>a est le même que celui du a.

d))Donner $\vec{E}$ pour tout tel que r>a, puis en déduire σ.

d)Déterminer la charge ^portée par la boule.

4)Une boule métallique, isolée électriquement, de centre O et de rayon a, est placée dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E}_{ex}=E_o\vec{e}_z$, .

a)Montrer que son potentiel est nul.

b)En déduire σ.