

BAC BLANC
DE MATHÉMATIQUES
SÉRIE ES
– ANNÉE 2010/2011 –

Durée de l'épreuve : 3 HEURE - Coefficient : 5 ou 7 (spécialité)
Les calculatrices sont **AUTORISÉES**

*Le candidat doit traiter les quatre exercices. La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Le barème est donné à titre indicatif.
Les exercices sont indépendants.*

Exercice 1 Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, une seule réponse est exacte. Le candidat notera à chaque fois sur sa copie le numéro de la question suivi de la proposition qui lui semble correcte. Aucune justification n'est demandée.

Le barème sera établi comme suit :

pour une réponse exacte aux questions 1, 2, 3 et 4 : +0,5 point, réponse fautive -0,25

pour une réponse exacte aux questions 5 et 6 : 1 point, réponse fautive -0,5

pour une absence de réponse : 0 point.

Pour toutes les questions, on considère la fonction f définie sur l'intervalle $] -1; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2 - \frac{1}{x+1}.$$

On appelle $\mathcal{C}f$ sa courbe représentative dans un repère donné du plan.

1) On a :

- $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -1$
- $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$
- $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$

2) La courbe $\mathcal{C}f$ admet une asymptote d'équation :

- $y = 2$
- $y = -1$
- $x = 2$

3) Pour tout réel x de l'intervalle $] -1; +\infty[$, $f(x)$ peut s'écrire :

- $f(x) = \frac{2x}{x+1}$
- $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$
- $f(x) = \frac{1}{x+1}$

4) Le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $] -1; +\infty[$ est donné par le tableau :

x	-1	0	$+\infty$
$f(x)$		-	0 +

x	-1	$+\infty$
$f(x)$		+

x	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$		-	0 +

5) Le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathcal{C}f$ au point d'abscisse 1 est :

- $\frac{3}{2}$
- $\frac{1}{4}$
- $-\frac{1}{2}$

6) L'aire, exprimée en unités d'aire, de la partie du plan située entre la courbe $\mathcal{C}f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$, est égale à :

- $-2 + \ln 2$
- $2 - \ln 2$
- $\frac{3}{2}$

Exercice 1 **Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité** **4 points**

Pour chacune des cinq questions suivantes numérotées de 1 à 4, une et une seule des trois propositions a, b, c est exacte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la proposition exacte. Aucune justification n'est attendue.

Pour chaque question, une réponse correcte rapporte 1 point, une réponse incorrecte enlève 0,5 point, une absence de réponse ne rapporte et n'enlève aucun point.

1. La suite (u_n) est définie par : pour tout entier naturel n , $u_n = 1 - \frac{6}{n - 10,5}$.

- (a) : La suite (u_n) est croissante.
 (b) : La suite (u_n) est décroissante.
 (c) : La suite (u_n) n'est pas monotone.

2. La suite (u_n) est définie par : $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - u_n = -0,1u_n$.

- (a) : La suite (u_n) est arithmétique.
 (b) : La suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
 (c) : La suite (u_n) est géométrique.

3. La matrice d'un graphe non orienté G, de sommets A, B, C, D, E est :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) : Le graphe G comporte 12 arêtes.
 (b) : Le graphe G admet une chaîne eulérienne.
 (c) : Le graphe G est complet.

4. Les ventes d'un nouveau roman ont régulièrement progressé de 2 % chaque semaine depuis sa parution. Au cours de la première semaine il s'en était vendu dix mille exemplaires.

Le nombre d'exemplaires vendus au cours des 45 semaines écoulées depuis sa parution est :

- (a) : 23 900 (b) : 718 927 (c) : 743 306

Exercice 2 Commun à tous les candidats

☞ 5 points

Le tableau ci-dessous donne la répartition des contributions au financement des soins et des biens médicaux sur la période 2004-2008. Les valeurs sont données en pourcentage.

	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4
Sécurité sociale et autres financements	91,7	91,6	91,1	91	90,6
Ménages y_i	8,3	8,4	8,9	9,0	9,4
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Source : DREES, Comptes de la santé. ÉTUDES et RÉSULTATS n° 701 - septembre 2009

Par exemple en 2004, la contribution de la sécurité sociale et des autres organismes financeurs s'est élevée à 91,7 % du financement des soins et des biens médicaux et les ménages ont financé 8,3 % de ces soins et biens médicaux.

Partie A : Étude en pourcentages

y_i désigne la part en pourcentage financée par les ménages lors de l'année de rang x_i .

- 1) Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; y_i)$ pour i entier variant de 0 à 4. On placera l'origine du repère à 0 en abscisse et 8 en ordonnée. On prendra pour unités : 2 cm pour 1 rang en abscisses et 5 cm pour 1 % en ordonnées.
- 2) La forme du nuage de points permet de considérer qu'un ajustement affine est justifié.
 - a) À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x , obtenue par la méthode des moindres carrés.
 - b) Représenter la droite D dans le repère précédent.
- 3) On suppose que l'évolution constatée sur la période 2004-2008 se poursuit en 2009 et en 2010. Justifier par un calcul qu'avec cet ajustement affine, on peut prévoir une part des ménages dans le financement des soins et des biens médicaux de 9,92 % en 2010.

Partie B : Étude en valeurs

- 1) La dépense de soins et de biens médicaux était de 140 milliards d'euros en 2004. Calculer la somme versée par les ménages pour financer les soins et les biens médicaux en 2004.
- 2) La dépense de soins et de biens médicaux était de 170,5 milliards d'euros en 2008. On fait l'hypothèse d'une croissance de la dépense de soins et de biens médicaux de 3 % en 2009 et à nouveau de 3 % en 2010.
 - a) Déterminer la dépense de soins et de biens médicaux en 2010. (On arrondira le résultat au milliard d'euros.)
 - b) Quelle somme versée par les ménages pour le financement des soins et des biens médicaux peut-on prévoir pour l'année 2010 ? (On arrondira le résultat au milliard d'euros.)

Exercice 3 Commun à tous les candidats

☞ 5 points

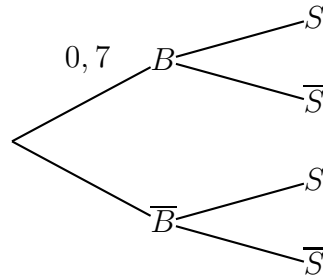
Un chalutier se rend sur sa zone de pêche. La probabilité qu'un banc de poissons soit sur cette zone est de 0,7. Le chalutier est équipé d'un sonar pour détecter la présence d'un banc de poissons. Si un banc est présent, le sonar indique la présence du banc dans 80 % des cas. S'il n'y pas de banc de poissons dans la zone de pêche, le sonar indique néanmoins la présence d'un banc dans 5 % des cas.

On note :

B l'évènement : « il y a un banc de poissons sur zone » et \overline{B} l'évènement contraire de B ,

S l'évènement : « le sonar indique l'existence d'un banc de poissons » et \overline{S} l'évènement contraire de S .

1) Reproduire et compléter l'arbre pondéré suivant. Le détail des calculs n'est pas demandé.



2) Déterminer la probabilité $p(B \cap S)$ qu'il y ait un banc de poissons sur la zone et que le sonar le détecte.

3) Montrer que la probabilité que le sonar indique la présence d'un banc de poissons (réel ou fictif) est 0,575.

4) Lors d'une sortie en mer, le pêcheur se trouve toujours dans l'une des trois situations suivantes :

Situation 1 : un banc de poissons est présent sur la zone et le sonar le détecte. Le filet est lancé et la pêche est fructueuse. Dans ce cas le pêcheur gagne 2000

Situation 2 : il n'y a pas de banc de poissons sur zone mais le sonar en signale un. Le filet est lancé pour rien. Dans ce cas le pêcheur perd 500 euros.

Situation 3 : le sonar ne détecte aucun banc de poisson (qu'il y en ait ou pas). Le filet n'est pas lancé et le bateau rentre au port à vide. Dans ce cas le pêcheur perd 300 euros.

a) Reproduire et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité du « gain » (positif ou négatif) réalisé.

Gain : x_i	2000	-500	-300
Probabilité : p_i			

b) Le pêcheur effectue de nombreuses sorties. Quel gain par sortie peut-il espérer avoir ?

5) Le pêcheur prévoit d'effectuer trois sorties successives sur la zone de pêche. Déterminer la probabilité que, pour les trois sorties, le sonar reste muet, c'est-à-dire n'indique pas la présence d'un banc de poissons. On donnera la valeur approchée arrondie au millième de ce résultat.

Exercice 4 Commun à tous les candidats

☞ 5 points

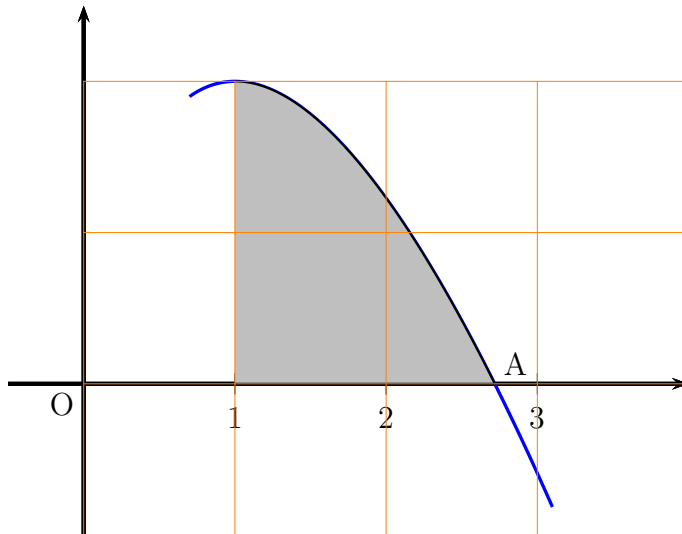
Le plan est rapporté à un repère orthogonal.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = 2x(1 - \ln x).$$

On appelle $\mathcal{C}f$ la courbe représentative de la fonction f .

- 1) a) Calculer les limites de la fonction f en $+\infty$ et en 0 (on rappelle que la limite en 0 de la fonction u définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $u(x) = x \ln x$ est 0).
 - b) Déterminer $f'(x)$ pour $x \in]0 ; +\infty[$ (où f' est la fonction dérivée de f).
 - c) Étudier le signe de $f'(x)$ pour $x \in]0 ; +\infty[$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
- 2) Résoudre sur $]0 ; +\infty[$ l'équation $f(x) = 0$. En déduire que la courbe $\mathcal{C}f$ admet un unique point d'intersection A avec l'axe des abscisses et donner les coordonnées du point A.
- 3) a) Résoudre, par un calcul, l'inéquation $f(x) \geq 0$ dans l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathcal{C}f$?
 - b) Montrer que la fonction F définie sur $]0 ; +\infty[$ par $F(x) = x^2 \left(\frac{3}{2} - \ln x \right)$ est une primitive de f sur $]0 ; +\infty[$.
 - c) On désigne par \mathcal{D} le domaine délimité par la courbe $\mathcal{C}f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.



Calculer en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire de \mathcal{D} puis, en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.